

EduVirtualLab de Decremento Logarítmico. Identificación de Parámetros de Oscilación.¹

Javier Montenegro Joo

VirtualDynamics: Science & Engineering Virtual Labs.
jmj@VirtualDynamicsSoft.com ----- www.VirtualDynamicsSoft.com

Resumen

Se reporta la creación de un EduVirtualLab de nivel universitario que con el fin de identificar los parámetros de control (viscosidad, fase inicial, máxima amplitud, etc) de una oscilación, aplica la técnica del Decremento Logarítmico, LD. Una vez que el usuario del módulo ingresa los datos de entrada de la oscilación, el módulo muestra la curva correspondiente de desplazamiento vs tiempo, $x(t)$, en la pantalla de la computadora. Con el fin de obtener resultados teóricos de referencia, el módulo automáticamente detecta los desplazamientos extremos (picos y valles) de la curva $x(t)$ y aplica el algoritmo de LD a estos datos para calcular la amortiguación del sistema y, a partir de esta se identifican los parámetros de la oscilación. A continuación, el módulo permite al usuario hacer click con el ratón en los picos (o valles) de $x(t)$ y, una vez que el usuario ha clickeado en 10 de estos, se calcula la LD y de esta forma, se obtienen los parámetros experimentales de la oscilación. El usuario puede repetir esta etapa haciendo click en 10 valles (o picos) de $x(t)$. Al final de la simulación el EduVirtualLab muestra ambos resultados, teóricos y experimentales, de modo que el usuario puede compararlos. De esta manera, si el usuario ha hecho click correctamente en los extremos (picos o valles) de $x(t)$, sus resultados experimentales, serán muy cercanos a los resultados teóricos calculados por el EduVirtualLab. Para detectar los extremos de $x(t)$ este módulo extrae mapas de Poincaré, una técnica de la Teoría del Caos.

Palabras clave: EduVirtualLab, Computadoras en Educación, Simulación, oscilaciones amortiguadas, decremento logarítmico.

Introducción

El Decremento Logarítmico es una técnica que midiendo la contracción de las amplitudes de oscilación de un sistema amortiguado, calcula la amortiguación que experimenta el oscilador. Debido a este procedimiento, quizás un nombre más concreto para esta técnica sería Decremento Logarítmico de la Amplitud. En este trabajo sin embargo, se respetara el nombre original.

El Decremento Logarítmico (DL) puede utilizarse para encontrar experimentalmente la amortiguación que un sistema oscilante está experimentando [1-4], luego, a partir de esta amortiguación, pueden calcularse los parámetros de control de la oscilación. Aquí "los parámetros de control" se refiere a la viscosidad del medio, la frecuencia angular del oscilador, su máxima amplitud y su fase inicial.

Este artículo presenta una mejora del laboratorio virtual previamente publicado por este autor [1,2]. El algoritmo descrito en este documento muestra cómo extraer experimentalmente dos nuevos parámetros de la simulación, específicamente la fase inicial y la amplitud máxima de las oscilaciones. La extracción de estos dos nuevos parámetros agrega evidencia del poder de la técnica de DL para identificar algunos parámetros de una oscilación, refuerza las razones para utilizar la simulación computarizada en algunas áreas y mejora el arriba mencionado laboratorio

¹ Este artículo apareció por primera vez como un informe interno de VirtualDynamicsSoft en Set. 2017

virtual.

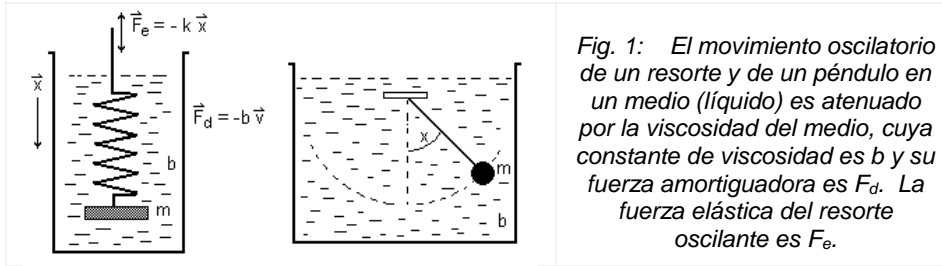


Fig. 1: El movimiento oscilatorio de un resorte y de un péndulo en un medio (líquido) es atenuado por la viscosidad del medio, cuya constante de viscosidad es b y su fuerza amortiguadora es F_d . La fuerza elástica del resorte oscilante es F_e .

Este autor ha anteriormente reportado [1] la creación de un laboratorio virtual, que después de mostrar en pantalla la curva de desplazamiento versus tiempo $x(t)$ de una oscilación, basada en datos de usuario, hace un análisis automático de $x(t)$ para detectar el amortiguamiento que el oscilador está experimentando y de esta forma, calcular la frecuencia de las oscilaciones. Luego en [2] se presentó una versión mejorada y más avanzada, en la cual el laboratorio virtual se torna altamente interactivo y amigable, esta vez el usuario hace clic en la pantalla de la computadora en los picos y valles de la curva de $x(t)$ y el módulo procesa la información de estos clics y calcula la amortiguación de las oscilaciones y de esta forma, la frecuencia con la que el oscilador está oscilando. Obviamente esta nueva versión [2] del laboratorio virtual fomenta el aprendizaje mediante la intensa interacción del usuario con la simulación computarizada.

El DL se define como el logaritmo natural del cociente de cualesquiera dos desplazamientos extremos sucesivos en una oscilación amortiguada. Obviamente, estas dos máximas amplitudes de oscilación, x_{n+1} y x_n están separadas por un cierto tiempo t , de modo que:

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} = e^{-\lambda t}, \quad t = t_{n+1} - t_n \quad (1)$$

Donde λ es una constante a ser determinada experimentalmente.

El exponente es negativo porque en un sistema amortiguado la amplitud de las oscilaciones disminuye a medida que transcurre el tiempo. En el caso de no existir amortiguamiento, si las amplitudes fueran constantes, el exponente sería cero y si se acrecentaran las amplitudes de las oscilaciones, el exponente sería positivo.

La ecuación (1) es válida siempre que las oscilaciones sean uniformes, esto es, siempre y cuando la distancia entre vueltas de la órbita en el Espacio de Estado se mantenga constante. Comparando con osciladores caóticos, en estos los desplazamientos están lejos de ser uniformes y el espacio de estado es literalmente caótico, en el sentido más común de la palabra [5,6]. Sin embargo, como se verá más adelante, con el fin de detectar los extremos de la oscilación, los cuales son usados para aplicar el DL, los Mapas de Poincaré –una técnica de la teoría del Caos- puede ser exitosamente usada.

Oscilaciones amortiguadas

Las oscilaciones amortiguadas (ver figs. 1 y 2) se caracterizan por el hecho de que las amplitudes de oscilación tienden a contraerse gradualmente a medida que transcurre el tiempo. Obviamente, cuanto mayor sea la amortiguación, más rápida será la contracción de las oscilaciones.

Dependiendo de la relación entre la frecuencia natural del oscilador y la amortiguación que experimenta el mismo, las oscilaciones amortiguadas se clasifican como crítica, Sub-crítica y Super-crítica.

En este trabajo se aborda el caso sub-crítico, este caso es también conocido como el de oscilaciones sub-amortiguadas. La figura 1 muestra los modelos preferidos por los físicos,

estos son el resorte y el péndulo, y en este caso ambos se ven inmersos en un líquido, el cual proporciona la viscosidad que los osciladores están experimentando.

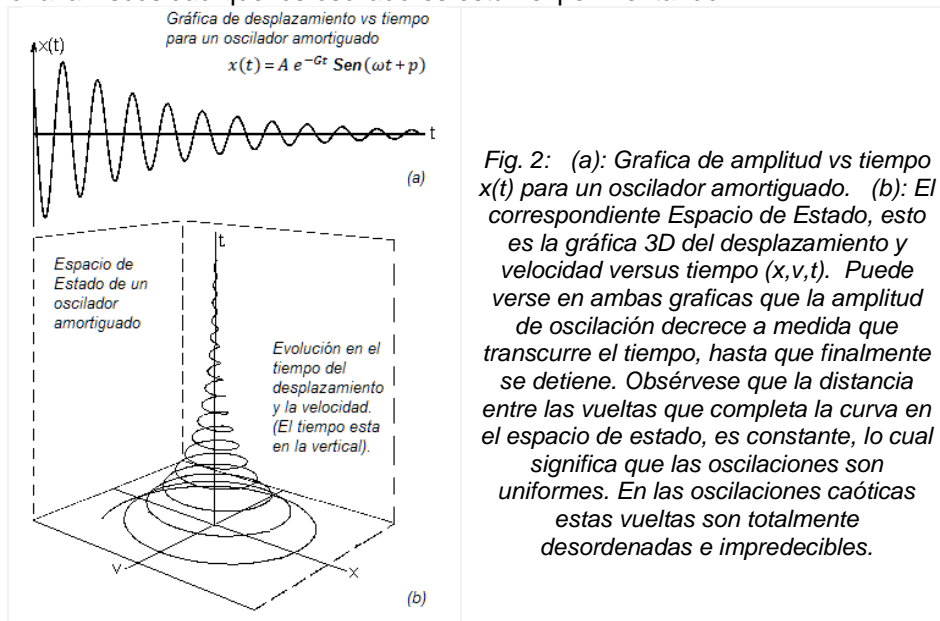


Fig. 2: (a): Grafica de amplitud vs tiempo $x(t)$ para un oscilador amortiguado. (b): El correspondiente Espacio de Estado, esto es la gráfica 3D del desplazamiento y velocidad versus tiempo (x, v, t) . Puede verse en ambas graficas que la amplitud de oscilación decrece a medida que transcurre el tiempo, hasta que finalmente se detiene. Obsérvese que la distancia entre las vueltas que completa la curva en el espacio de estado, es constante, lo cual significa que las oscilaciones son uniformes. En las oscilaciones caóticas estas vueltas son totalmente desordenadas e impredecibles.

La ecuación diferencial del oscilador sub-amortiguado

De la física universitaria elemental se sabe que la ecuación diferencial del movimiento de un sistema oscilante en presencia de una amortiguación [7-9] está dada por

$$m \frac{d^2 \vec{x}}{dt^2} = -k\vec{x} - b\vec{v} \quad (2)$$

El primer término del lado derecho de la ecuación (2) es la fuerza de reacción del resorte (Ley de Hooke) y el segundo término es la amortiguación asociada a la viscosidad del medio, lo que indica que cuanto más rápido oscila el resorte, mayor será la resistencia (signo menos) debido a la viscosidad b del medio. Puesto que la velocidad es la primera derivada temporal del desplazamiento, la versión escalar de la ecuación (2) se escribe como

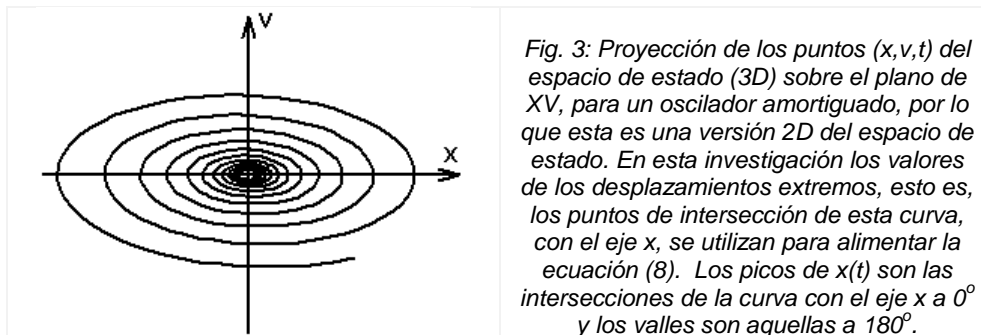


Fig. 3: Proyección de los puntos (x, v, t) del espacio de estado (3D) sobre el plano de XV , para un oscilador amortiguado, por lo que esta es una versión 2D del espacio de estado. En esta investigación los valores de los desplazamientos extremos, esto es, los puntos de intersección de esta curva, con el eje x , se utilizan para alimentar la ecuación (8). Los picos de $x(t)$ son las intersecciones de la curva con el eje x a 0° y los valles son aquellas a 180° .

$$\frac{d^2 x}{dt^2} + \frac{b}{m} \frac{dx}{dt} + \frac{k}{m} x = 0$$

Aquí dos coeficientes son identificados:

$$\omega_0^2 = k/m \quad G = b/2m \quad (3)$$

Donde ω_0 es la frecuencia natural del oscilador, esto es la frecuencia del oscilador libre, y G es la amortiguación que experimenta el oscilador, la cual depende de la viscosidad b del medio.

Después de insertar ω_0 y G en la ecuación diferencial, esta se convierte en

$$\frac{d^2x}{dt^2} + 2G \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x = 0 \quad (4)$$

En el caso sub-amortiguado: $\omega_0 > G$.

Obviamente una oscilación amortiguada tiende a desvanecerse con el tiempo, por lo que se puede asumir que la solución de la ecuación (4) tiene la forma:

$$x(t) = A e^{-Gt} \text{Sen}(\omega t + p) \quad (5)$$

Nótese que en la ecuación (5) se asume que el sistema oscila con una cierta frecuencia ω , que como se verá más adelante, es la frecuencia de las oscilaciones amortiguadas.

La ecuación (5) implica que la velocidad de las oscilaciones (primera derivada temporal de $x(t)$), es:

$$\begin{aligned} v(t) &= \frac{dx}{dt} = A e^{-Gt} [\omega \text{Cos}(\omega t + p) - G \text{Sen}(\omega t + p)] \\ &= \omega A e^{-Gt} \text{Cos}(\omega t + p) - G x(t) \end{aligned} \quad (6)$$

Y que la aceleración (segunda derivada temporal de $x(t)$) es:

$$\begin{aligned} a(t) &= \frac{d^2x}{dt^2} = \omega A [-\omega e^{-Gt} \text{Sen}(\omega t + p) - G e^{-Gt} \text{Cos}(\omega t + p)] - G \frac{dx}{dt} \\ a(t) &= \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 A e^{-Gt} \text{Sen}(\omega t + p) - \omega G A e^{-Gt} \text{Cos}(\omega t + p) - G \frac{dx}{dt} \\ a(t) &= \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x - G \left[\frac{dx}{dt} + Gx \right] - G \frac{dx}{dt} \\ a(t) &= \frac{d^2x}{dt^2} = -\omega^2 x - 2G \frac{dx}{dt} - G^2 x \end{aligned} \quad (7)$$

Finalmente reemplazando en la ecuación diferencial (4):

$$\begin{aligned} -\omega^2 x - 2G \frac{dx}{dt} - G^2 x + 2G \frac{dx}{dt} + \omega_0^2 x &= 0 \\ -\omega^2 - G^2 + \omega_0^2 &= 0 \end{aligned}$$

De donde:

$$\omega^2 = \omega_0^2 - G^2 \quad (8)$$

Este resultado implica que (5) es solución de (4), siempre y cuando se cumpla la relación (8).

La ecuación (8) proporciona la conexión entre las frecuencias natural ω_0 , frecuencia ω de las oscilaciones amortiguadas y, la amortiguación G que experimenta el oscilador.

En la ecuación (8), ω es la frecuencia angular teórica del oscilador amortiguado, de modo que el período de las oscilaciones amortiguadas es $T = 2\pi/\omega$.

El desplazamiento y la velocidad $x(t)$ y $v(t)$ de (5) y (6) son usadas para construir el espacio de estado de las oscilaciones.

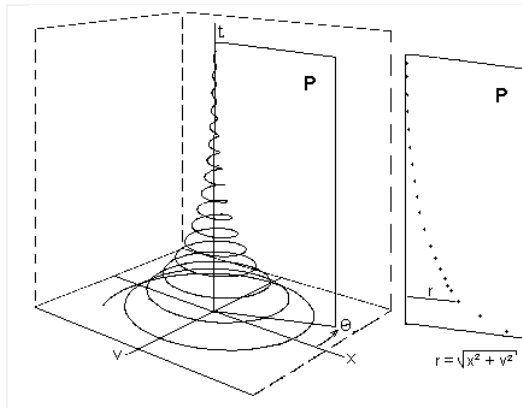


Fig. 4: El plano de Poincaré P puede ser visto como un corte tomográfico a lo largo del tiempo en el espacio (3D) de estado. Este plano P es definido a un cierto ángulo con el eje x . El Mapa de Poincaré es el conjunto de todas las intersecciones de la curva (x,v,t) con el plano P . Puede apreciarse que los picos y valles de la curva de $x(t)$ son los cortes tomográficos a 0° y a 180° , respectivamente.

El Decremento Logarítmico, DL

La técnica de DL [3,4,8] se basa en la suposición de que la contracción de la amplitud en una oscilación amortiguada está dada por

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} = e^{-\lambda t} \quad (9)$$

Donde se asume que la contracción de la órbita en el espacio de estado de la oscilación es constante. En esta expresión los valores de x_n y x_{n+1} son los desplazamientos extremos de dos oscilaciones sucesivas, estos son los picos (y los valles) en la curva de $x(t)$ (ver fig. 2), o los puntos (x,v) donde la curva corta al eje x en la versión 2D del espacio estado, en los ángulos 0 y π con el eje x , respectivamente (ver fig 3). Tal como se verá más adelante, los puntos extremos x_n y x_{n+1} pueden ser obtenidos mediante la extracción de los mapas de Poincaré del espacio de estado.

De la física elemental de oscilaciones, el tiempo transcurrido entre dos extremos sucesivos de la curva de $x(t)$ es un período T , por lo tanto, ecuación (9) debe ser reescrita como

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} = e^{-\lambda T}$$

Entonces después de aplicar logaritmos a ambos lados:

$$\lambda = -\frac{1}{T} \ln \left[\frac{x_{n+1}}{x_n} \right] \quad (10)$$

El periodo T en esta ecuación es el periodo de las oscilaciones amortiguadas $T = 2\pi/\omega$. Con el fin de lograr mayor exactitud, el valor de λ en la ec.(10) se obtiene experimentalmente promediando varios casos de esa ecuación.

Por otro lado, se puede aplicar la ec.(5) para encontrar la relación entre dos máximos sucesivos de la oscilación, que como es sabido, están separados en el tiempo por un periodo, $t = T$:

$$\begin{cases} x_n = A e^{-G t} \text{Sen}(\omega t + p) & (11) \\ x_{n+1} = A e^{-G(t+T)} \text{Sen}(\omega(t+T) + p) & (12) \end{cases}$$

De la ec.(12):

$$x_{n+1} = A e^{-G(t+T)} \text{Sen}(\omega t + p + \omega T)$$

pero $\omega = 2\pi f = 2\pi/T$, entonces:

$$\begin{aligned} x_{n+1} &= A e^{-G(t+T)} \text{Sen}(\omega t + p + 2\pi) \\ x_{n+1} &= A e^{-G(t+T)} \text{Sen}(\omega t + p) \end{aligned} \quad (13)$$

De esta forma, de (11) y (13):

$$\frac{x_{n+1}}{x_n} = e^{-G T}$$

y tomando logaritmos a ambos lados de esta ecuación:

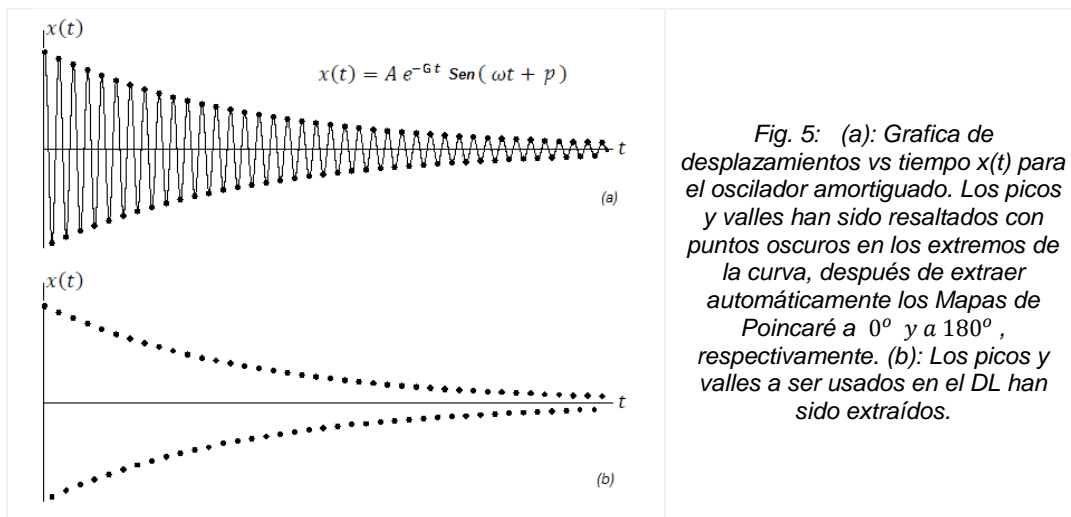
$$G = -\frac{1}{T} \ln \left[\frac{x_{n+1}}{x_n} \right] \quad (14)$$

De las ecuaciones (14), (10) y (8):

$$\lambda = G = \sqrt{\omega_0^2 - \omega^2} \quad (15)$$

Nótese en la ec. (3), que el recién encontrado valor de G puede ser usado para determinar la viscosidad del medio, dada por $b = 2mG$.

Vale la pena mencionar en este punto que las ecuaciones (10) y (14) traen a la memoria la ecuación del exponente de Lyapunov de la teoría del caos; allí el exponente se utiliza para determinar la intensidad del caos en un sistema caótico [10,11], la principal diferencia está en que para calcular el exponente de Lyapunov, se involucran dos órbitas del espacio de estado, mientras que en el caso del DL solamente una órbita está implicada.



La fase inicial y la máxima amplitud de las oscilaciones

Se ha demostrado líneas arriba que el desplazamiento y la velocidad de las oscilaciones están dadas por las ecuaciones (5) y (6), respectivamente:

$$\begin{cases} x(t) = A e^{-Gt} \text{Sen}(\omega t + p) \\ v(t) = \omega A e^{-Gt} \text{Cos}(\omega t + p) - G x(t) \end{cases}$$

Por lo que sus valores iniciales son

$$t = 0 : \begin{cases} x_0 = A \text{Sen } p \\ v_0 = \omega A \text{Cos } p - G x_0 \end{cases}$$

De esta forma:

$$\begin{cases} \text{Sen } p = x_0/A \\ \text{Cos } p = (v_0 + G x_0)/\omega A \end{cases}$$

Consecuentemente la fase inicial de las oscilaciones será:

$$\text{Tan } p = \frac{\text{Sen } p}{\text{Cos } p} = \frac{\omega x_0}{v_0 + G x_0} \Rightarrow p = \text{Tan}^{-1} \left[\frac{\omega x_0}{v_0 + G x_0} \right] \quad (16)$$

Y el desplazamiento (amplitud) máximo es:

$$\text{Sen}^2 p + \text{Cos}^2 p = 1 \Rightarrow A = \sqrt{x_0^2 + \left(\frac{v_0 + Gx_0}{\omega}\right)^2} \quad (17)$$

Mapas de Poincaré: Una técnica de la Teoría del Caos

En estudios de caos basados en simulación computarizada [12,13] la detección de picos y valles, esto es, los extremos de la curva $x(t)$ utilizados en este experimento, equivale a extraer los mapas de Poincaré a 0° y a 180° respectivamente (ver figura 4). La teoría del caos no trabaja precisamente con el decremento logarítmico, pero el algoritmo para extraer los mapas de Poincaré puede utilizarse en el presente trabajo para extraer los extremos de la oscilación. Por lo tanto, para alguien que ha desarrollado los programas de computadora para extraer mapas de Poincaré en un sistema caótico, el decremento logarítmico no es tan desconocido después de todo.

Obsérvese que en esta investigación, la técnica de los mapas de Poincaré se utiliza solo para identificar los picos y valles (los extremos) de la curva $x(t)$, que se genera como parte de este trabajo. En aplicaciones prácticas, cuando es posible identificar estos extremos por cualquier otro método, no hay necesidad de extraer ningún mapa de Poincaré. Esto se apreciará más adelante en la "Etapa Manual" de este trabajo, donde los extremos de $x(t)$ son identificados por el experimentador, haciendo clic con el ratón en esta curva, que aparece en la pantalla de la computadora.

Ejecución del experimento

El proceso completo llevado a cabo por el EduVirtualLab aquí reportado se puede apreciar en el diagrama de flujo mostrado en la figura 6.

Etapa Automática

Una vez que los datos de entrada son ingresados, a partir de la ec.(3) el módulo calcula automáticamente parámetros teóricos como la frecuencia angular ω_0 del oscilador libre y la amortiguación G del medio. Adicionalmente de la ec.(8) se calcula el valor de la frecuencia angular de las oscilaciones amortiguadas ω , así como el período T de las oscilaciones amortiguadas. También en esta etapa el desplazamiento inicial x_0 y la velocidad inicial v_0 son ambos calculados de las ecs.(5) y (6), respectivamente.

A continuación, se ejecuta la simulación con la ecuación (5) durante tiempo suficiente para que el oscilador se detenga. Nótese que esto no es indispensable, sería suficiente ejecutar el experimento durante un tiempo equivalente a unos cuantos periodos para que algunos valores de x_n estén disponibles para evaluar la ecuación (10).

Una vez que se inicia la simulación, la curva de desplazamiento vs tiempo $x(t)$, así como el espacio de estado son gradualmente graficados en la pantalla de la computadora, a medida que transcurre el tiempo (ver figs 3 y 5). Luego automáticamente se detectan los extremos de $x(t)$, extrayendo mapas de Poincaré a 0° y a 180° , que corresponden a los picos y valles de $x(t)$, respectivamente [5,6,11,12]. A continuación, la ecuación (10) se evalúa para cada dos amplitudes máximas sucesivas de la oscilación y el promedio de λ se calcula y, se utiliza junto con la ecuación (15) para obtener el valor de la amortiguación G del sistema y la frecuencia ω de las oscilaciones amortiguadas.

Como se ha mencionado anteriormente, el laboratorio virtual detecta automáticamente todos los picos y valles en la curva de desplazamiento vs tiempo, $x(t)$, sin embargo sólo unos cuantos picos o valles son necesarios para evaluar la ec.(10); Esto se puede apreciar a continuación en la etapa manual del experimento.

Etapa Manual

En la etapa manual, el Lab Virtual permite al usuario identificar a simple vista 10 extremos (picos) de la curva de $x(t)$, la cual aparece en pantalla. Después de que el usuario les hace clic con el ratón, el módulo calcula el promedio del decremento logarítmico λ y, con este valor se determina la amortiguación G que experimenta el oscilador, así como sus parámetros de control. Estos datos resultantes están generalmente cerca de sus valores teóricos calculados al comienzo del experimento.

A continuación, si desea, el usuario puede hacer clic en los valles de la curva $x(t)$ y obtener resultados similares. Una vez que el usuario hace clic con el ratón en la pantalla de la computadora sobre 10 picos (valles) de $x(t)$ y la computadora reporta los datos experimentales correspondientes. El usuario puede repetir el proceso sobre 10 valles (picos) y otro conjunto de datos experimentales son obtenidos. Posteriormente, para una mejor estadística, se pueden promediar los resultados de clickar picos y valles de $x(t)$.

Una revisión final por parte del usuario del lab virtual verifica que los valores experimentales de los parámetros de control de la oscilación están muy cerca a sus valores teóricos.

En teoría, no es necesario hacer clic en 10 extremos (picos o valles) en la curva de $x(t)$, un par de ellos sería suficiente. Sin embargo, el uso de varios extremos permite obtener un resultado más exacto tomando su promedio.

Ejecución demostrativa del EduVirtualLab

Oscilaciones Amortiguadas

En la figura 8, se muestra un informe generado por el laboratorio virtual durante un experimento. En este caso el módulo ha sido alimentado con datos de entrada aleatorios. Puede verse que una vez que se introducen los datos de entrada, se calculan resultados teóricos. A continuación, el módulo automáticamente detecta los extremos de la oscilación y calcula el DL y de este, la amortiguación del sistema y sus parámetros de control. En la parte manual el usuario hace clic con el ratón en los extremos (picos) de la curva de desplazamiento $x(t)$ y se obtiene el valor de la amortiguación. Entonces el proceso se repite para los valles de $x(t)$. Puede apreciarse que el valor experimental de la amortiguación G está de acuerdo con su valor calculado teóricamente.

Oscilaciones sin Amortiguamiento.

Cuando se ejecuta una simulación sin viscosidad (ver fig. 9), la amplitud de las oscilaciones – como era de esperarse- no se reduce y el Lab Virtual encuentra los correctos parámetros de control de la oscilación, lo que significa que la técnica de DL opera –tal como debe ser- incluso en ausencia de amortiguamiento.

El Mapa de Retorno de los Desplazamientos

El EduVirtualLab reportado muestra también el Mapa de Retorno para cada experimento (ver Fig. 10), que es la gráfica de desplazamientos extremos $x(n+1)$ vs $x(n)$. En el caso de oscilaciones simples sin amortiguación, el mapa de retorno es un solo punto (Fig. 10-a), lo que significa que todos los extremos de oscilación son exactamente los mismos, en el caso de oscilaciones amortiguadas, la gráfica es un conjunto de puntos alineados hacia el origen (Fig. 10-b). Es instructivo comparar estas gráficas con el mapa de retorno de un oscilador caótico (Fig.10-c), resulta evidente que en este último caso la gráfica no es tan fácil de comprender. Muchas veces el mapa de retorno de un oscilador caótico parece tener auto-similaridad, una característica de las estructuras fractales. Obsérvese que generalizando, el mapa de retorno de la velocidad y aceleración puede utilizarse para estudiar la evolución de estas dos magnitudes, aunque en estos dos casos el nombre Mapa de Retorno podría no ser tan apropiado.

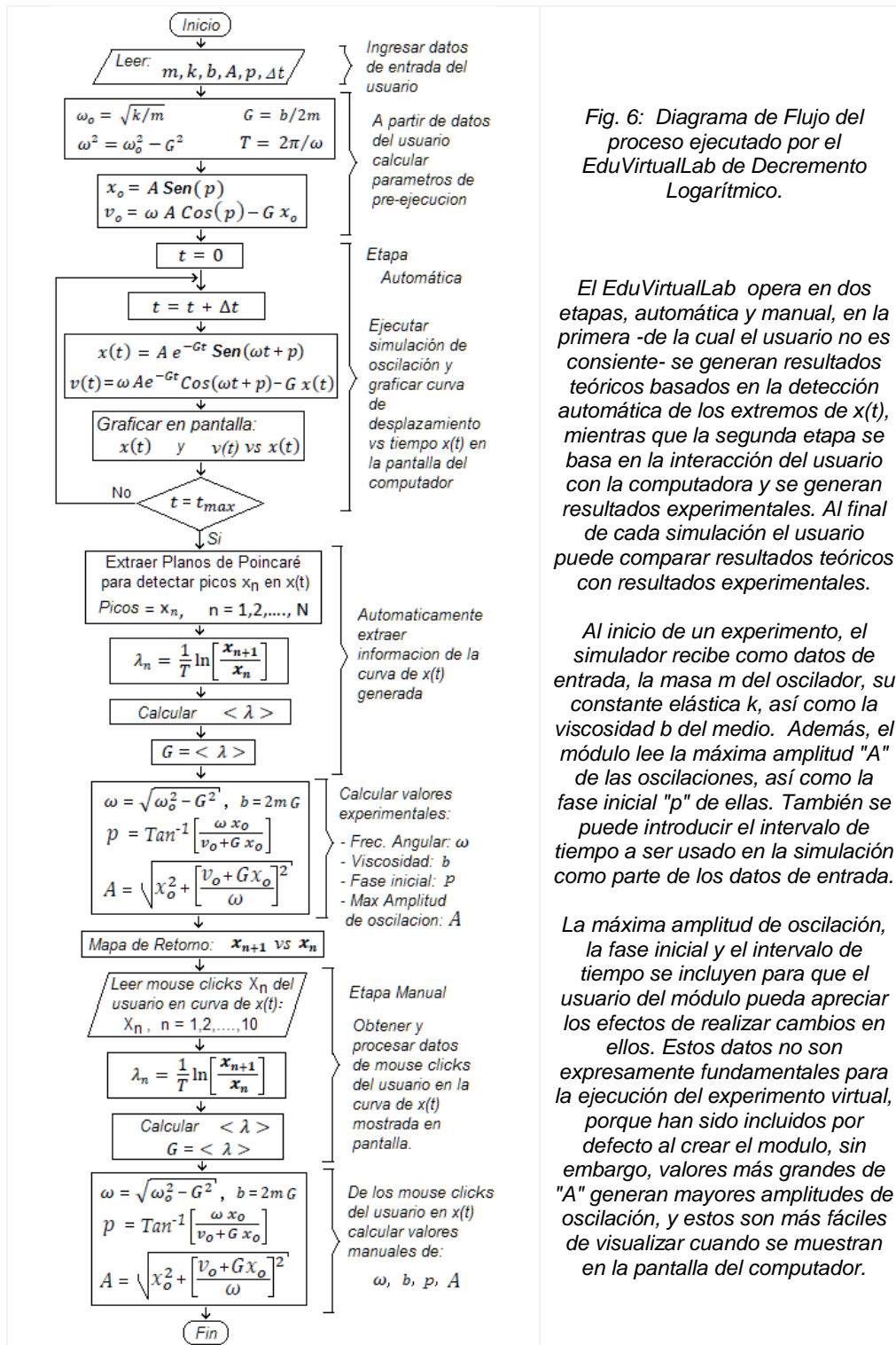


Fig. 6: Diagrama de Flujo del proceso ejecutado por el EduVirtualLab de Decremento Logarítmico.

El EduVirtualLab opera en dos etapas, automática y manual, en la primera -de la cual el usuario no es consciente- se generan resultados teóricos basados en la detección automática de los extremos de $x(t)$, mientras que la segunda etapa se basa en la interacción del usuario con la computadora y se generan resultados experimentales. Al final de cada simulación el usuario puede comparar resultados teóricos con resultados experimentales.

Al inicio de un experimento, el simulador recibe como datos de entrada, la masa m del oscilador, su constante elástica k , así como la viscosidad b del medio. Además, el módulo lee la máxima amplitud "A" de las oscilaciones, así como la fase inicial "p" de ellas. También se puede introducir el intervalo de tiempo a ser usado en la simulación como parte de los datos de entrada.

La máxima amplitud de oscilación, la fase inicial y el intervalo de tiempo se incluyen para que el usuario del módulo pueda apreciar los efectos de realizar cambios en ellos. Estos datos no son expresamente fundamentales para la ejecución del experimento virtual, porque han sido incluidos por defecto al crear el módulo, sin embargo, valores más grandes de "A" generan mayores amplitudes de oscilación, y estos son más fáciles de visualizar cuando se muestran en la pantalla del computador.

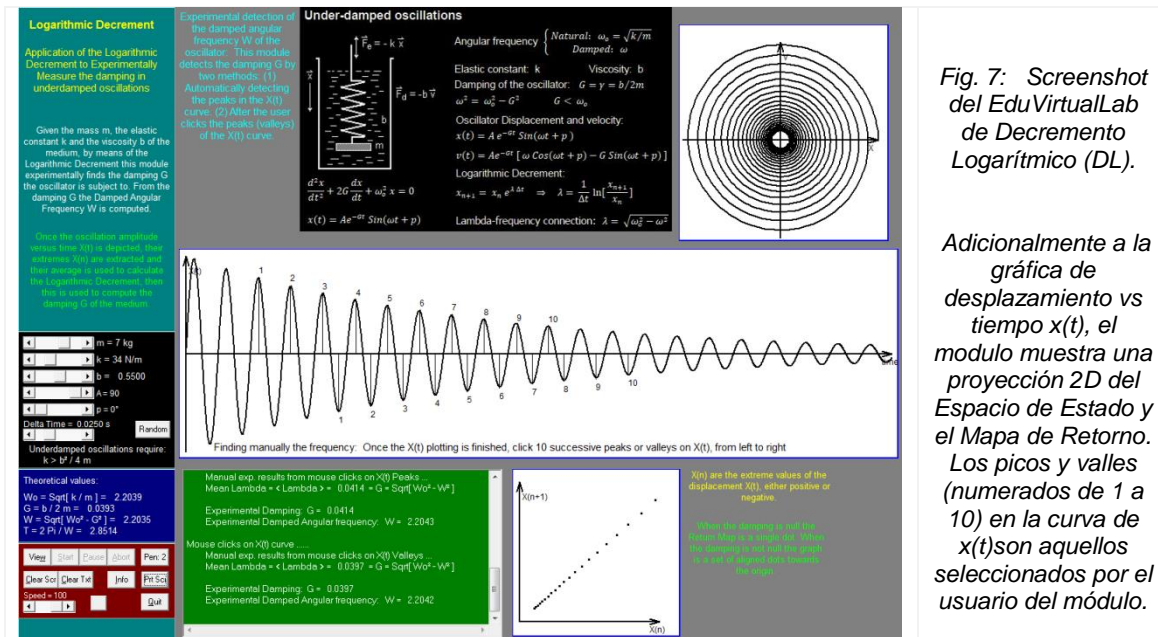


Fig. 7: Screenshot del EduVirtualLab de Decremento Logarítmico (DL).

Adicionalmente a la gráfica de desplazamiento vs tiempo $x(t)$, el modulo muestra una proyección 2D del Espacio de Estado y el Mapa de Retorno. Los picos y valles (numerados de 1 a 10) en la curva de $x(t)$ son aquellos seleccionados por el usuario del módulo.

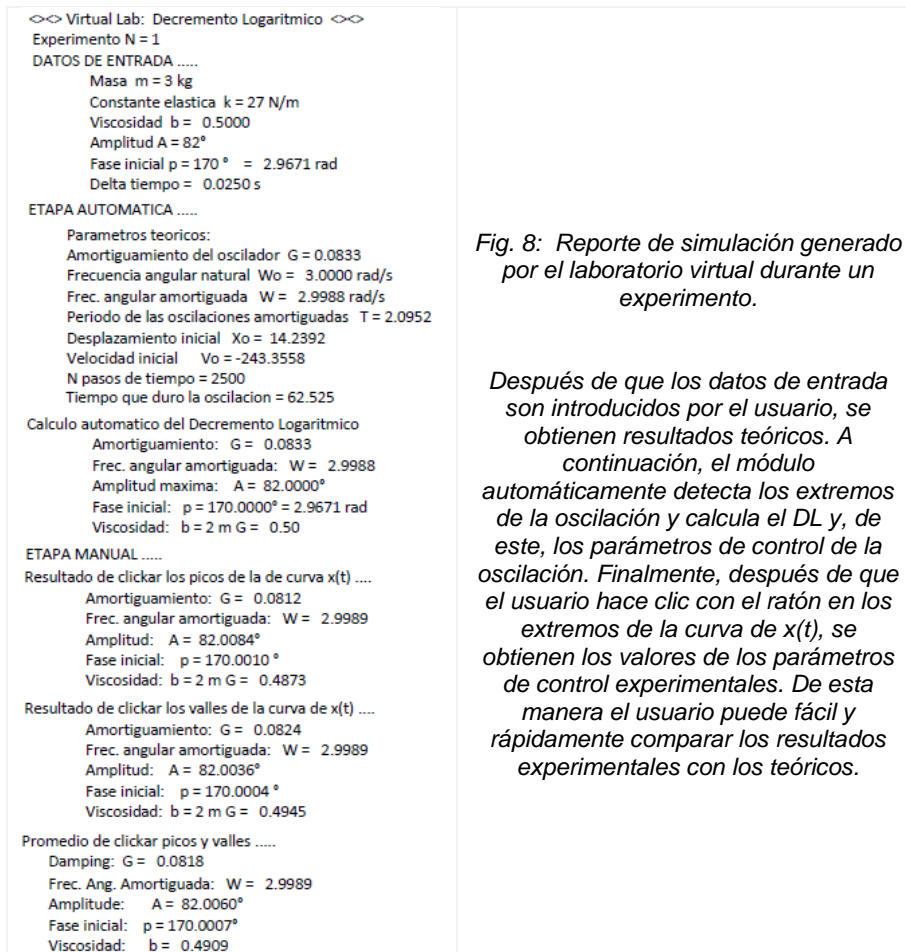


Fig. 8: Reporte de simulación generado por el laboratorio virtual durante un experimento.

Después de que los datos de entrada son introducidos por el usuario, se obtienen resultados teóricos. A continuación, el módulo automáticamente detecta los extremos de la oscilación y calcula el DL y, de este, los parámetros de control de la oscilación. Finalmente, después de que el usuario hace clic con el ratón en los extremos de la curva de $x(t)$, se obtienen los valores de los parámetros de control experimentales. De esta manera el usuario puede fácil y rápidamente comparar los resultados experimentales con los teóricos.

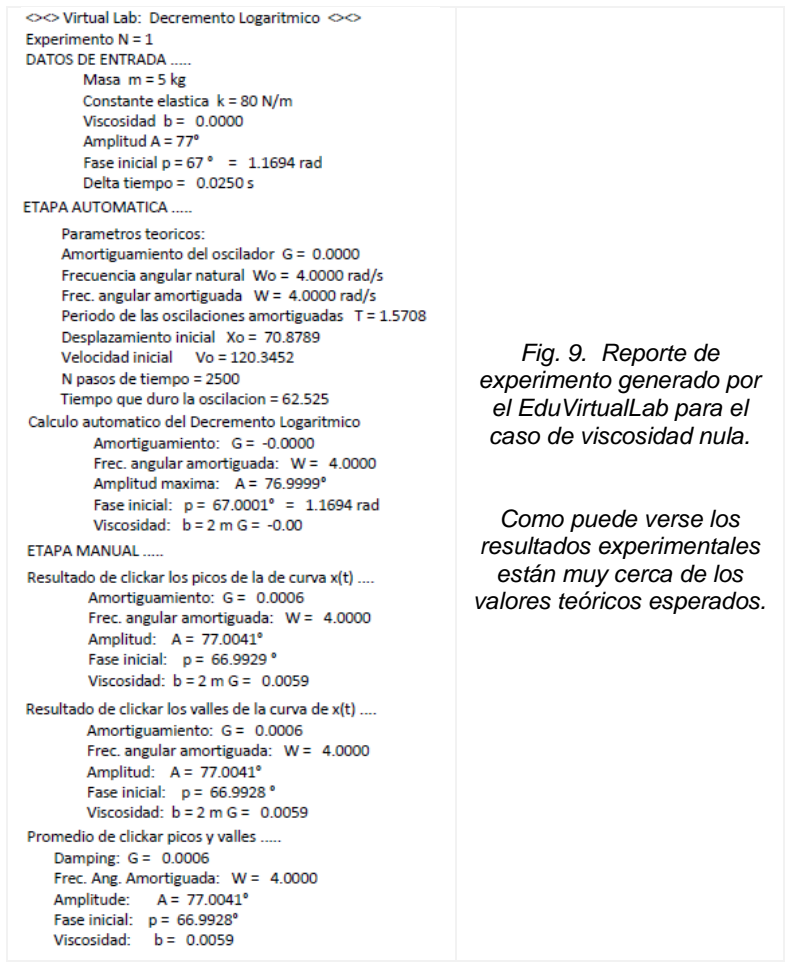


Fig. 9. Reporte de experimento generado por el EduVirtualLab para el caso de viscosidad nula.

Como puede verse los resultados experimentales están muy cerca de los valores teóricos esperados.

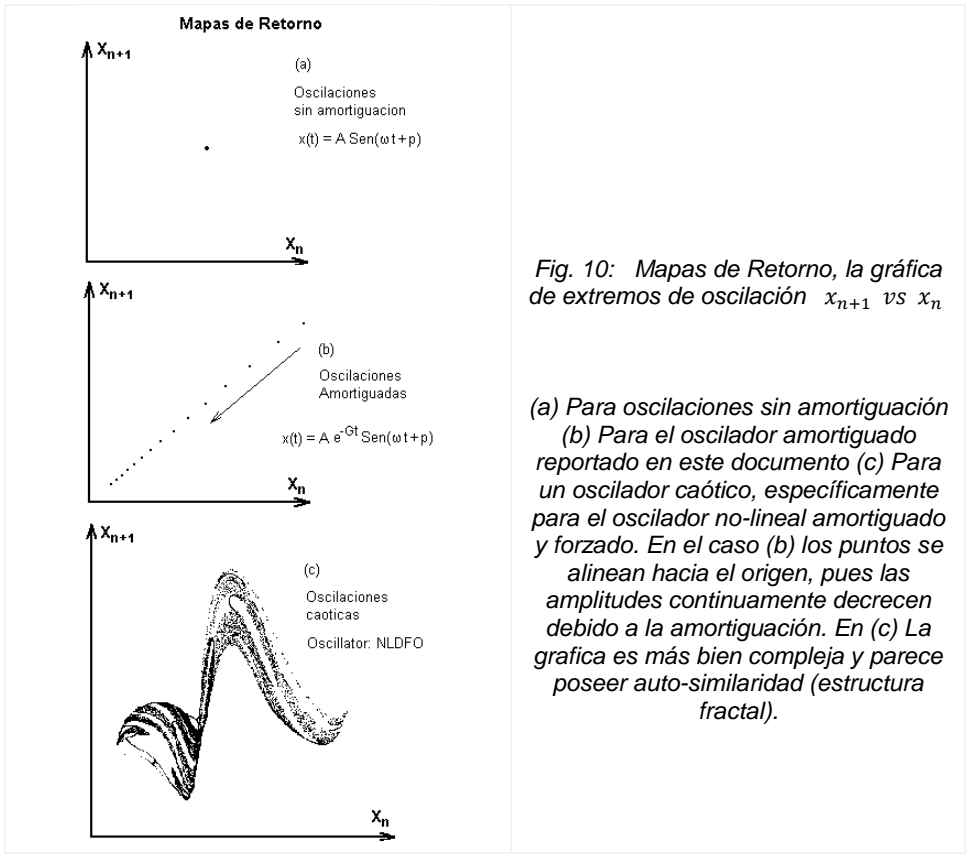


Fig. 10: Mapas de Retorno, la gráfica de extremos de oscilación x_{n+1} vs x_n

(a) Para oscilaciones sin amortiguación (b) Para el oscilador amortiguado reportado en este documento (c) Para un oscilador caótico, específicamente para el oscilador no-lineal amortiguado y forzado. En el caso (b) los puntos se alinean hacia el origen, pues las amplitudes continuamente decrecen debido a la amortiguación. En (c) La grafica es más bien compleja y parece poseer auto-similaridad (estructura fractal).

Algunos resultados experimentales

La figura 11 muestra algunos experimentos ejecutados con el EduVirtualLab que se describe en este documento. Las gráficas muestran las curvas de $x(t)$, el valor de la viscosidad b con que se crea la curva y los correspondientes valores experimentales de b obtenidos haciendo click con el mouse en los extremos de $x(t)$. Los puntos numerados del 1 al 10 son los clicks del mouse. Obviamente cuanto más exacta la posición del click en el extremo de la curva de $x(t)$, mejor será el resultado.

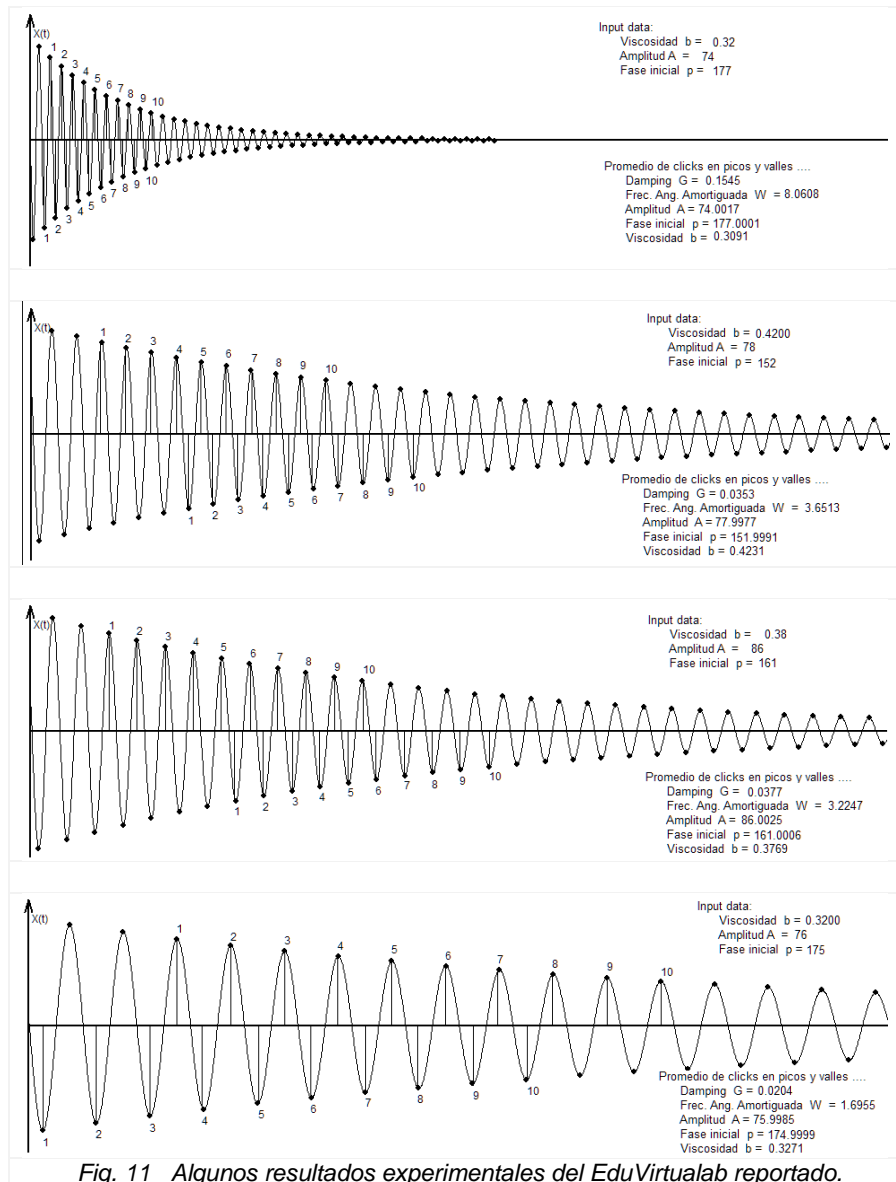


Fig. 11 Algunos resultados experimentales del EduVirtualab reportado.

Conclusiones

Se ha desarrollado un laboratorio virtual educacional para identificar los parámetros de control de un sistema oscilante amortiguado, mediante la técnica del Decremento Logarítmico (DL).

Se ha demostrado que los mapas de Poincaré de la teoría del caos pueden ser utilizados para detectar los extremos (picos y valles) de la oscilación, los que luego se utilizan para aplicar la técnica de DL.

Ingresando la masa del oscilador, así como su constante elástica y la viscosidad del medio, como datos de entrada, el módulo desarrollado encuentra experimentalmente el amortiguamiento que experimenta el vibrador mediante la técnica de DL y, a partir de este, se calculan la frecuencia de oscilación, la fase inicial y la máxima amplitud de las oscilaciones (parámetros de control). Se ha comprobado que aun cuando no hay ninguna amortiguación - esto es viscosidad nula- el algoritmo detecta los correctos parámetros de la vibración.

El laboratorio virtual basado en simulación que se reporta en este documento arroja luz sobre el hecho de que, en situaciones de la vida real, los parámetros de control de una oscilación pueden ser identificados a partir de unos cuantos extremos sucesivos de las amplitudes de oscilación y de la aplicación del DL.

La contribución al conocimiento en general del laboratorio virtual reportado, es que demuestra que puede aplicarse el DL incluso manualmente, esto es, sin computadoras, para identificar los parámetros de control de eventuales oscilaciones que aparecen en la vida cotidiana.

El módulo reportado en este documento ha sido incluido en el Physics Virtual Lab (PVL) y en el Laboratorio Virtual de Física (LVF, versión en castellano del PVL), que actualmente es una colección de 191 módulos de simulación de física intuitivamente fáciles de usar, desarrollados por este autor [14,15].

El acrónimo "EduVirtualLab" ha sido creado en VirtualDynamics: Science & Engineering Virtual Labs y es propiedad de esta institución. "EduVirtualLab" significa Laboratorio Virtual Educativo.

Referencias

- [1] Montenegro Joo J., (2016), Use of the Logarithmic Decrement to Assess the Damping in Oscillations. Revista de Investigación de Física (RIF), Vol 19-1.
- [2] Montenegro Joo J., (2017), Virtual Lab to run Logarithmic Damping Decrement Experiments. International Journal of Science and Research (IJSR), Vol 6-2.
- [3] Balachandran Balakumar, Magrab E., (2004) Brooks-Cole Editors
- [4] Thomson W., (2003) Theory of vibration with applications, Stanley Thormes Pub.
- [5] Montenegro Joo J., (2014) Multiplicity and Transitoriness of Chaotic Events, RIF-UNMSM 17(2)
- [6] Montenegro Joo J., (2016) Variety and Finiteness of Chaotic Events in the NLDF Oscillator, Chaos and Complexity Letters, 10 (1).
- [7] Alonso M., Finn E. J., (1967) Fundamental University Physics, Addison-Wesley
- [8] Smith W. F., (2010) Waves and Oscillations, Oxford University Press.
- [9] French A.P.,(1964), Vibrations and Waves, W.W. Norton & Co., New York.
- [10] Montenegro Joo J., (2016) The Higher the Damping, the Lower the Chaos Intensity, Chaos and Complexity Letters 10(3).
- [11] Montenegro Joo J., (2017) Viscosity levels and strength of chaos, International Journal of Science and Research (IJSR), 6(1).
- [12] Montenegro Joo J., (2016) Velocity behaviour during chaotic events in the NLDF Oscillator, Chaos and Complexity Letters, 10 (2).
- [13] Montenegro Joo J., (2016) Diversity and temporality of chaotic events, Industrial Data 19(1)
- [14] Montenegro Joo J., (2005) The Physics Virtual Laboratory 109, PVL-109. Third International Conference on Multimedia and Information & Comm. Technologies in Educ. (m-ICTE 2005), Cáceres, Spain.
- [15] Montenegro Joo J., (2009) Physics Virtual Laboratory 145, PVL-145. V International Conference on Multimedia and ICT in Education (m-ICTE 2009), Lisbon, Portugal.

El Autor

Javier Montenegro Joo estudio Física y Computación en la Universidad de San Marcos (UNMSM, Lima, Perú), es Master of Science de la Ohio University (Ohio, USA), donde también estudio física y computación. En la Universidad de Sao Paulo (Sao Carlos, Brasil) realizo estudios de doctorado en Computer Vision, especializándose en reconocimiento invariante de patrones. Desde 1990 el autor trabaja en desarrollo de laboratorios virtuales específicamente en ciencias e ingeniería (VirtualDynamicsSoft), actualmente también hace investigación en dinámica caótica y sistemas no lineales.