

## Lab. Virtual para Simulación Monte Carlo de Fenómenos de Percolación

Javier Montenegro Joo  
VirtualDynamicsSoft: Science & Engineering Virtual Labs

### Resumen

Se reporta la creación de un laboratorio virtual para ejecutar simulaciones Monte Carlo de la percolación de sitios en una red cuadrada y, se describe el respectivo algoritmo teniendo como referencia el paradigma de un incendio forestal que se propaga entre extremos opuestos en un bosque de árboles. Mediante capturas de pantalla de la simulación se visualizan y discuten detalles de la dinámica de la percolación, tales como la frustración del incendio (frustración de la percolación), aun cuando la probabilidad es la conocida como probabilidad crítica, a la cual estadísticamente ocurre percolación. También se muestra evidencia de que la percolación no necesariamente es lograda por el racimo más grande de árboles incendiados. Se da cuenta además, de la utilidad de un código de colores utilizado durante una simulación, el cual permite saber el estado de cada árbol a medida que se propaga el fuego, dato que es de gran utilidad para entender la dinámica de la percolación mientras es visualizada en tiempo real en la pantalla de la computadora. Se expone también la percolación inducida, que correspondería –en el caso más simple- al caso de un incendio forestal con dirección de propagación favorecida por el viento.

**Palabras clave.-** Física Computacional, Simulación Montecarlo, Percolación, Infiltración, Racimos, Red cuadrada

### Introducción

El ejemplo más simple e intuitivo de percolación o infiltración [1-3] es el del café preparado en una cafetera de café colado, en la cual, esencia líquida de café se filtra debido a la Gravedad. Para preparar esta esencia se muelen granos secos de café y esta molienda es depositada en un recipiente cuya superficie inferior tiene pequeños agujeros. A continuación, se vierte agua hirviendo sobre la molienda y a medida que el agua lo atraviesa, el café molido -o al menos parte de este- se humedece y poco a poco, la esencia líquida de café comienza a filtrarse por la parte inferior del recipiente, donde se recoge para su consumo [4,5]. En este punto es importante notar que para que el café líquido se filtre no es indispensable humedecer todo el café molido, es suficiente que se humedezca una porción del café molido y que esta porción vaya de arriba abajo, conectando así la parte superior con la inferior el café molido. Este efecto se puede notar particularmente la primera vez que se prepara la esencia de café con una nueva porción de café molido. La percolación tiene lugar en el momento en que la esencia líquida comienza a filtrarse a través del fondo del recipiente.

Generalizando, la percolación o infiltración es el fenómeno por medio del cual una determinada información viaja de un extremo a otro a través de una distribución de elementos, atravesando o involucrando parte de esa distribución, también se dice que la percolación es el fenómeno por medio del cual una colección de elementos no conectados entre sí, se transforma en grupos de elementos conectados, en este caso, la percolación tiene lugar cuando un conjunto de elementos no conectados, de alguna forma consigue conectar un extremo con el opuesto [1-3].

En el caso del café molido en la cafetera, cuando se vierte suficiente agua sobre él, la humedad conecta por gravedad un conjunto de granos de la parte alta a la parte baja del recipiente que contiene el café molido, haciendo que la esencia líquida comience a filtrarse. Como se puede ver en las referencias, se han ideado muchas variaciones y algoritmos [3,6] para estudiar los fenómenos de percolación.

	N	
O	C	E
	S	

Figura 1

Se muestran los vecinos más próximos de un elemento C en una red cuadrada bidimensional.

En general, para una celda en una matriz, sus "vecinos más próximos" son aquellas celdas con las que comparte un lado y, las celdas con las que comparte solo una esquina son sus "siguientes vecinos más próximos".

## Paradigma del Incendio Forestal

El software de simulación Monte Carlo que se reporta en este documento se basa en el paradigma del incendio forestal [1-3], que visualiza la percolación como un incendio que se propaga a través de un bosque de árboles localizados al azar en un bosque. El fuego se propaga entre vecinos más próximos –si estos existen- en una red cuadrada, esto significa que un árbol que está ardiendo, puede propagar el fuego, como máximo a 4 de sus vecinos más cercanos, al que esta al norte, al sur, al este o al oeste (ver figura 1).

La figura 2 muestra el módulo de simulación de percolación en una red cuadrada, desarrollada por el autor de este reporte. Obviamente la distribución de árboles (puntos verdes) que se muestra en la figura 2 es tan exigua que a simple vista puede predecirse que los árboles que están ardiendo - representados por los puntos rojos en la parte superior- no logran generar un incendio forestal lo suficientemente grande como para contagiar el fuego a sus árboles vecinos y lograr así atravesar el bosque de arriba a abajo, es decir, en el caso mostrado en la figura 2, no se lograra percolación. Es necesario mencionar que si se logra percolación en una simulación, no necesariamente todos los arboles adquieren fuego, hay muchos árboles que permanecen intactos, es decir que nunca fueron alcanzados por el fuego.

Vale la pena aclarar el hecho de que "Red Cuadrada" no se refiere a que la matriz –el bosque- donde se ejecuta la simulación tiene el mismo ancho que largo, se refiere al tipo de interacción entre los elementos –árboles- del bosque (ver figura 1).

## Algunas Manifestaciones de la Percolación

La palabra "Percolación" proviene del latín "Per" que significa "a través" y "Colare", que significa "fluir" [1]. La percolación se ocupa del cambio estructural de una colección de muchos elementos desconectados en un solo gran grupo de elementos conectados (cambio de fase).

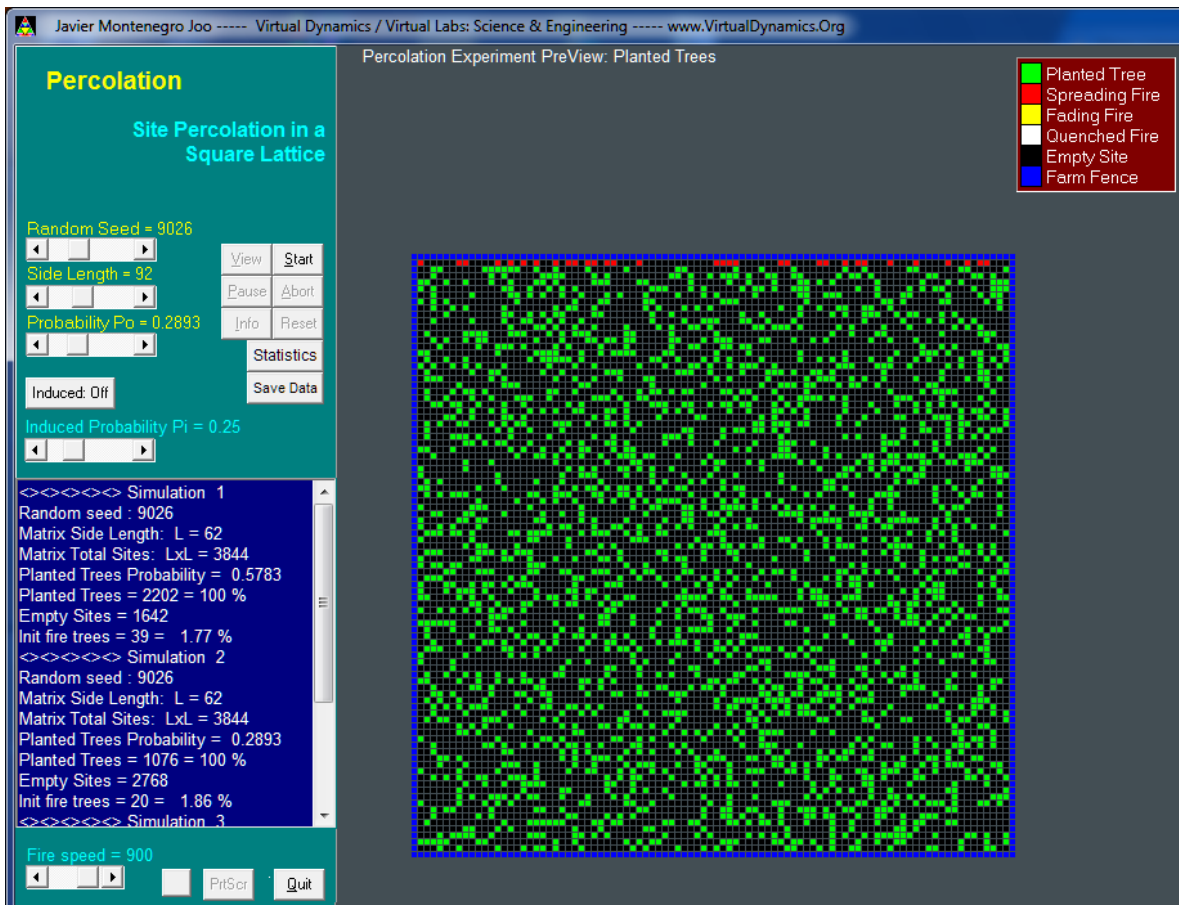


Figura 2. Módulo de simulación de percolación en una red cuadrada, desarrollado por el autor de este artículo. Los puntos verdes son los árboles que han crecido al azar en un bosque, los puntos rojos en la parte superior son los árboles en un extremo del bosque, que han adquirido fuego y están ardiendo, estos árboles deben propagar el incendio a sus vecinos más cercanos. Cuando en este bosque el fuego se propaga del extremo superior al inferior, se produce percolación.

La percolación, también conocida como infiltración, se utiliza para estudiar las propiedades eléctricas en sistemas desordenados como semiconductores amorfos y semiconductores cristalinos con impurezas [8]. Un ejemplo de una aplicación de percolación es la formación de películas delgadas de oro sobre un sustrato amorfo, en el punto de percolación (el umbral de percolación) la película proporciona conductividad eléctrica de un extremo al otro. El conocimiento de la percolación también se ha aplicado a la recuperación secundaria de petróleo. Es sabido que una forma de extraer petróleo residual de un pozo es la inyección de agua, la cual se infiltra entre el material rocoso que forma el pozo de petróleo, esta agua empuja el petróleo que está entre las rocas y, como agua y petróleo son inmiscibles, más tarde se separa el petróleo del agua.

## La Percolación es un Fenómeno Crítico

El fenómeno arriba descrito del café colado pertenece a los llamados Fenómenos Críticos [1,3,6,7], porque hay una cantidad mínima (crítica) de agua que se debe verter sobre el café molido para que aparezca la esencia líquida de café, es decir, para que tenga lugar la Percolación. Si se vierte menos agua que la cantidad crítica, una fracción del café molido se humedece pero no se produce percolación, es decir no se obtiene café líquido.

La percolación es un Fenómeno Crítico porque en el Punto Crítico algunas propiedades del sistema cambian abruptamente, produciéndose un cambio de fase. Durante una simulación Monte Carlo de percolación, cuando la probabilidad  $P$  del parámetro de control alcanza un cierto valor  $P_c$ , el sistema cambia repentinamente de una colección de muchos elementos desconectados a un gran conglomerado de elementos conectados, esto es, se produce un Cambio de Fase [9,10].

En la introducción de este artículo se mencionó como ejemplo, la preparación de café, mientras la esencia líquida no aparece en la parte inferior del recipiente, el café molido no conduciría electricidad de arriba abajo o viceversa, tan pronto se filtra la esencia líquida, el sistema podría conducir electricidad, pues se ha establecido una vía de comunicación entre extremos opuestos del café molido, lo cual representa un cambio cualitativo en sus propiedades, es decir una transición de fases.

### **Probabilidad Crítica. El Umbral de Percolación**

Para simular fenómenos de percolación en una computadora, se usa una red –siendo la más elemental una matriz cuadrada- de celdas. Cada una de estas celdas puede estar ocupada con una cierta probabilidad  $P$ , lo que implica que puede estar desocupada con una probabilidad  $1-P$ . En el modelo del incendio forestal, que una celda esté ocupada significa que hay un árbol en ella, el cual eventualmente se puede incendiar y a su vez puede contagiar fuego a sus árboles vecinos. Adviértase que al inicio se tiene entonces una población aleatoria de árboles que no tienen nada que los conecte. De esta forma, la existencia o no de elementos habilitados en la red de simulación es probabilística, dependiendo de una probabilidad  $P$  asignada antes de ejecutar la propagación del fuego.

Durante la simulación del incendio forestal los árboles incendiados deben pasar el fuego unos a otros, formando racimos de elementos conectados. Los racimos se propagan (crecen) cuando contagian el fuego a otros árboles y, cuando algún racimo conecta un extremo de la red con el extremo opuesto, se logra la percolación. Cuando  $P = 0.5$  la red contiene como máximo -pero no necesariamente- el 50% de elementos disponibles (árboles) para formar racimos durante la simulación. Experimentalmente se ha encontrado que existe una probabilidad mínima o probabilidad crítica  $P_c$  para que se pueda lograr percolación, a este valor  $P_c$  también se le llama Umbral de Percolación. Existen varios modelos o reglas de conexión entre los elementos en una red de simulación y, en el caso de percolación bidimensional de vecinos más cercanos en una red cuadrada el valor crítico de  $P$  es  $P_c = 0.5928$ , [1] y este valor da la posición de una Transición de Fase sin romper la simetría [1,3]. Aquí es necesario aclarar que experimentalmente se encuentra que no siempre que la  $P = P_c$  se logra percolación en una simulación, muchas veces, no obstante  $P = P_c$  la percolación se frustra porque eventualmente los racimos formados no encuentran suficientes elementos (árboles) con que conectarse [4,5]. A veces también ocurre que con un valor de la probabilidad  $P$  menor que la probabilidad crítica  $P_c$ , se logra percolación. Nótese que si la probabilidad de existir árboles es  $P$ , la probabilidad de sitios vacíos es  $1-P$ . Experimentalmente puede verse que la Percolación depende solo de la probabilidad  $P$ , no dependiendo de las dimensiones de la red.

### **Descripción del Algoritmo para Simular Percolación**

En la simulación de percolación, se crea una red o matriz de elementos (celdas) y a cada celda se le asigna un valor aleatorio entre 0.00 y 1.00. Luego, después de definir la probabilidad  $P$ , todos aquellos elementos que poseen un valor menor que  $P$ , son habilitados como árboles que pueden incendiarse y aparecen en color verde, los otros elementos son sitios vacíos, y aparecen en color negro, por lo que no participan en la propagación del incendio forestal. Aquí es necesario recordar

que una forma de evitar la propagación de incendios forestales en la vida real, es precisamente quemando algunos árboles a través de los cuales debería propagarse el incendio. Nótese que en el caso aquí descrito la probabilidad  $P$  controla la existencia de árboles.

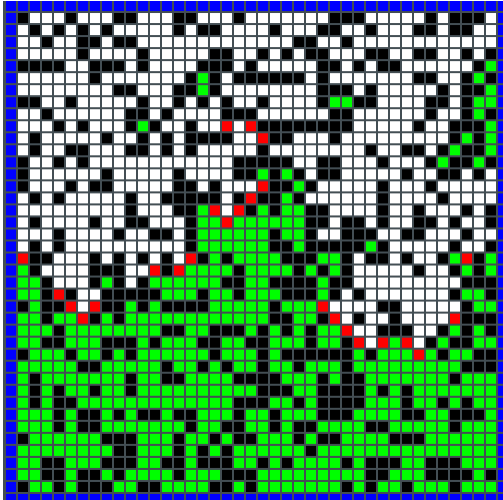


Figura 3

Etapa de contagio durante la simulación.

Las celdas verdes son árboles a los que aún no ha llegado el fuego (nótese que el fuego no llegará nunca a algunas de estas celdas).

Las celdas rojas son árboles que están ardiendo y pasando el fuego a sus vecinos verdes más próximos, siempre que estos existan. Las celdas blancas son árboles donde el fuego se ha extinguido totalmente. Las celdas negras son sitios vacíos, sin árboles.

En la siguiente etapa de la simulación las celdas rojas se ponen amarillas (el fuego se comienza a extinguir) y, después se ponen blancas (se apagan totalmente).

Durante la simulación, la red de celdas (el bosque de árboles) se revisa de arriba abajo y de izquierda a derecha, cada revisión a través de toda la red demora una unidad de tiempo. Durante una revisión un árbol encendido (color rojo) pasa el fuego solo a sus árboles verdes vecinos más próximos -si estos existen- estos se vuelven rojos y el primero se vuelve amarillo (comienza a apagarse) y ya no puede incendiar ningún otro árbol, finalmente este árbol amarillo se vuelve blanco (completamente apagado) en la siguiente revisión. Nótese que en esta etapa se está utilizando un código de colores (verde, rojo, amarillo y blanco) para visualizar el estado de cada árbol.

### Duración de un Incendio Forestal

La duración de un incendio forestal en el simulador que aquí se reporta está dada por el número de unidades de tiempo (número de revisiones) que se requieren para lograr percolación y, la duración más corta del incendio que atraviesa el bosque sería igual a su longitud, y esto ocurriría cuando la probabilidad es  $P = 1$ , porque en este caso cada paso de simulación llevaría el fuego un paso adelante. Sin embargo, por lo general, el número de unidades de tiempo para lograr la percolación es mayor que la longitud de la red, pues a veces un árbol incendiado solo pasa el fuego a árboles a sus costados o incluso hacia atrás.

A medida que el fuego se propaga de un árbol a sus vecinos, algunos árboles incendiados se extinguen, es decir, se apagan y, por lo tanto, ya no pueden propagar el fuego. Al final de una simulación todos los árboles que se han contagiado fuego entre ellos, se pintan con un mismo color, este detalle permite visualizar la dinámica de la propagación del incendio a través de la formación de racimos de árboles incendiados.

Según se ha mencionado líneas arriba, durante una simulación se puede ver que algunos árboles verdes se tornan rojos, que otros árboles rojos se tornan amarillos y que los árboles amarillos se tornan blancos. Una vez que el fuego atraviesa el bosque -cuando un racimo ha logrado percolación- el software muestra los diferentes racimos con diferentes colores para que puedan

visualizarse e individualizarse fácilmente. Aquí ya no hay código de colores, los diferentes colores en esta etapa sirven solo para distinguir diferentes racimos.

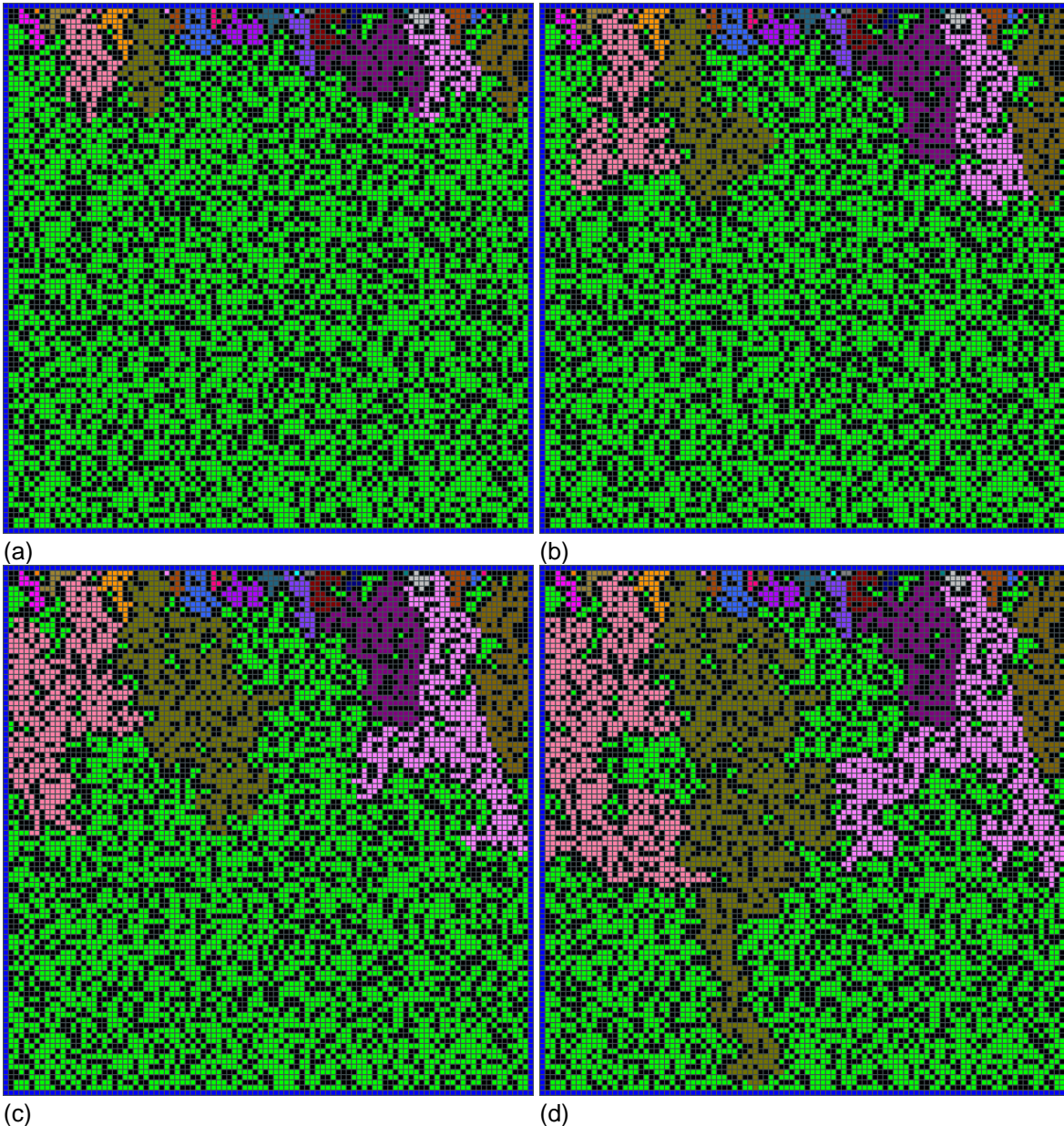


Figura 4. Secuencia que muestra 4 etapas sucesivas en la propagación de un mismo incendio forestal de acuerdo al modelo de percolación de sitios en una red cuadrada de 100 x 100 celdas. La probabilidad se fijó en el valor crítico  $P_c = 0.5928$ . Los puntos verdes representan los árboles que no han sido alcanzados por el fuego y pueden incendiarse si algún árbol vecino les contagia fuego. Los diferentes colores de los racimos indican los elementos que comparten el mismo fuego o sea que se han contagiado fuego entre ellos. El número de unidades de tiempo en cada imagen es: (a) 25, (b) 50, (c) 75 (d) 100. Al final de una simulación los árboles que se contagiaron fuego entre ellos son mostrados con un mismo color.

La figura 4 muestra una simulación exitosa en una red de 100x100 elementos, es decir, que ha logrado percolación, se muestra la evolución de la simulación en 4 instantes de su desarrollo, a los

25, 50, 75 y 100 unidades de tiempo. Los diferentes colores en esta figura sirven para identificar los diferentes grupos (racimos) de árboles incendiados con fuego que proviene de un mismo árbol.

## Estructura Fractal y Auto-Similaridad Estadística

La percolación tiene lugar mediante elementos conectados que forman racimos de árboles que comparten el mismo incendio, es decir que se han contagiado el fuego entre ellos. Obviamente el racimo más importante es aquel que ejecuta la percolación, este posee auto-similaridad estadística, tiene una estructura fractal y tiene una dimensión fractal [6]. En realidad todos los racimos comparten estas características y esto debe apreciarse en redes muy grandes, aquellas de 1 millón de sitios. Durante la percolación varios racimos de elementos conectados –que comparten un mismo fuego- se propagan simultáneamente, estos racimos son en general de diferentes tamaños, es decir, poseen diferente número de elementos y, la percolación no necesariamente es lograda por el racimo más grande, que es el que posee más elementos, es decir, más árboles incendiados con un mismo fuego. Durante las simulaciones de percolación, muchas de estas se frustran, pues los racimos alcanzan posiciones donde hay celdas vacías (sin árboles) y ya no pueden crecer más en la dirección correcta, que es aquella que conecta un extremo de la red, con el opuesto. No es extraño observar durante una simulación que el fuego ya no avanza hacia el otro extremo del bosque, sino que se propaga lateralmente e inclusive hacia atrás.

Incluso en el caso más simple, el de la percolación de sitios en una red cuadrada bidimensional, no existe hoy en día una solución exacta del problema de la percolación, y no se conocen resultados exactos en ningún tipo de red en tres dimensiones [7].

En los casos de simulaciones de percolación ejecutadas principalmente en supercomputadoras, el tamaño típico de la red es de aproximadamente un millón de sitios [7,8]. El software que aquí se reporta se creó en una computadora personal y la red más grande simulada fue de  $225 \times 225 = 50625$  sitios.

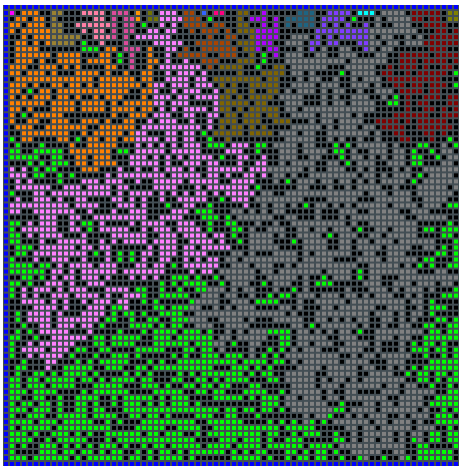


Figura 5.  
Resultado de una simulación de percolación

El fuego se propaga de arriba hacia abajo. Las celdas con colores iguales son árboles de un mismo racimo, es decir han sido alcanzados por fuego que proviene de un mismo árbol.

En el caso aquí mostrado, solo un racimo ha alcanzado el extremo inferior de la red y es el racimo que ha logrado la percolación. Obviamente durante la simulación se lleva la cuenta del número de árboles en cada racimo y de su identidad, es decir, a que racimo pertenece.

Las celdas de color verde son aquellos árboles que no han sido alcanzados por el fuego.

## Casos Interesantes

Las imágenes mostradas en la figura 6 exponen dos casos en que la simulación se ha ejecutado en redes de  $65 \times 65$  sitios, con la probabilidad crítica  $P_c = 0.5928$ . En el primer caso mostrado la



simulación se ha frustrado debido a que los racimos de árboles incendiados no han encontrado más árboles a los que puedan propagar el incendio. En el segundo caso se ha logrado percolación –tal como se espera para el valor fijado de  $P=P_c$ , pero la percolación no es lograda por el racimo más grande, que es lo que intuitivamente se esperaría.

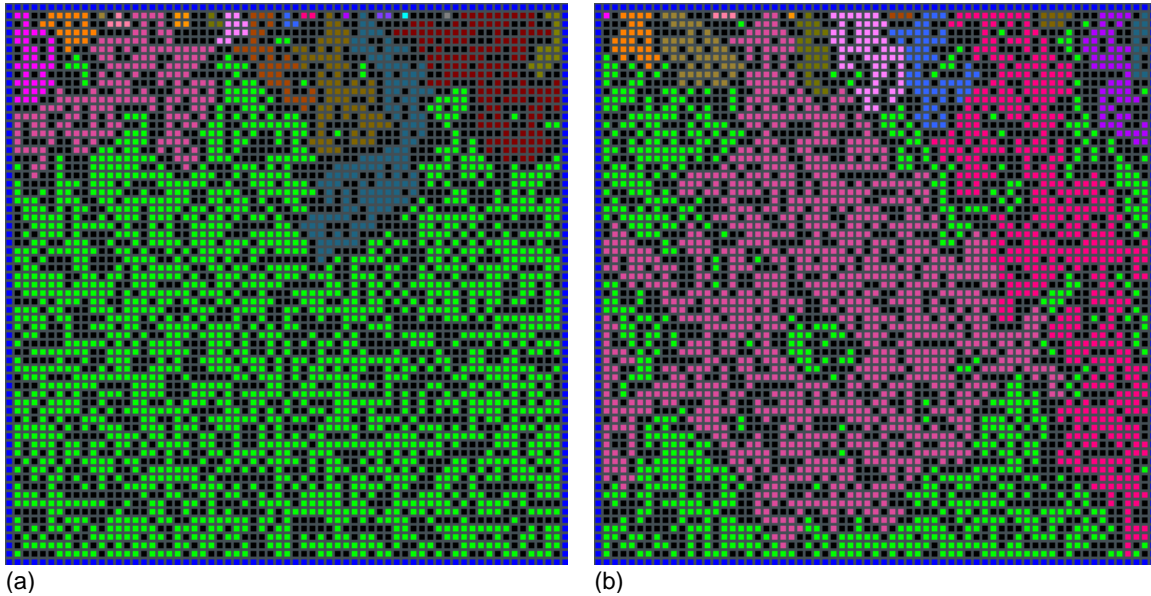


Figura 6. En (a) y en (b) la probabilidad es  $P = P_c = 0.5928$  que es la probabilidad crítica a la cual se logra percolación de sitios en una red cuadrada. En (a) se pueden observar racimos de incendios frustrados y no se logra percolación. En (b) la percolación es lograda por un racimo que no es el más grande.

Intuitivamente se espera que el racimo que logra la percolación sea el más grande y, en la mayoría de los casos es así, pues al tener que atravesar el bosque de un extremo al otro, el racimo tiene que avanzar más que otros y en consecuencia, tiene mayor oportunidad de contagiar fuego lateralmente, incluyendo en consecuencia el mayor número de árboles incendiados. Puede verse en la figura 6, que los racimos tienen auto-similaridad estadística y estructura fractal.

La figura 7 muestra una simulación de percolación de sitios en una red cuadrada de  $230 \times 230$  celdas, la probabilidad se fijó en  $P = P_c = 0.5928$  que es el valor estadísticamente obtenido para lograr percolación en este caso. Los datos técnicos de esta simulación son los siguientes:

Matriz LxL:  $230 \times 230$   
 Total de sitios:  $L \times L = 52900$   
 Probabilidad de existencia de árboles:  $P = 0.5928$   
 Árboles existentes:  $31244 = 100 \%$   
 Lugares vacíos:  $21656$   
 Árboles inicialmente incendiados:  $142 = 0.45 \%$   
 Resultados de la simulación.-  
 Árboles incendiados:  $14202 = 45.46 \%$   
 Árboles incendiados apagados:  $14162 = 45.33 \%$   
 Árboles ardiendo:  $40 = 0.13 \%$   
 Árboles no tocados por el fuego:  $17042 = 54.54 \%$   
 Duración del incendio (número de barridas):  $456$   
 Total de racimos formados:  $55$   
 Racimo más poblado:  $No = 5$   
 Mayor población en los racimos:  $9888 = 31.65 \%$



Racimo Percolador: No 5

Población del racimo percolador: 9888 = 31.65 %

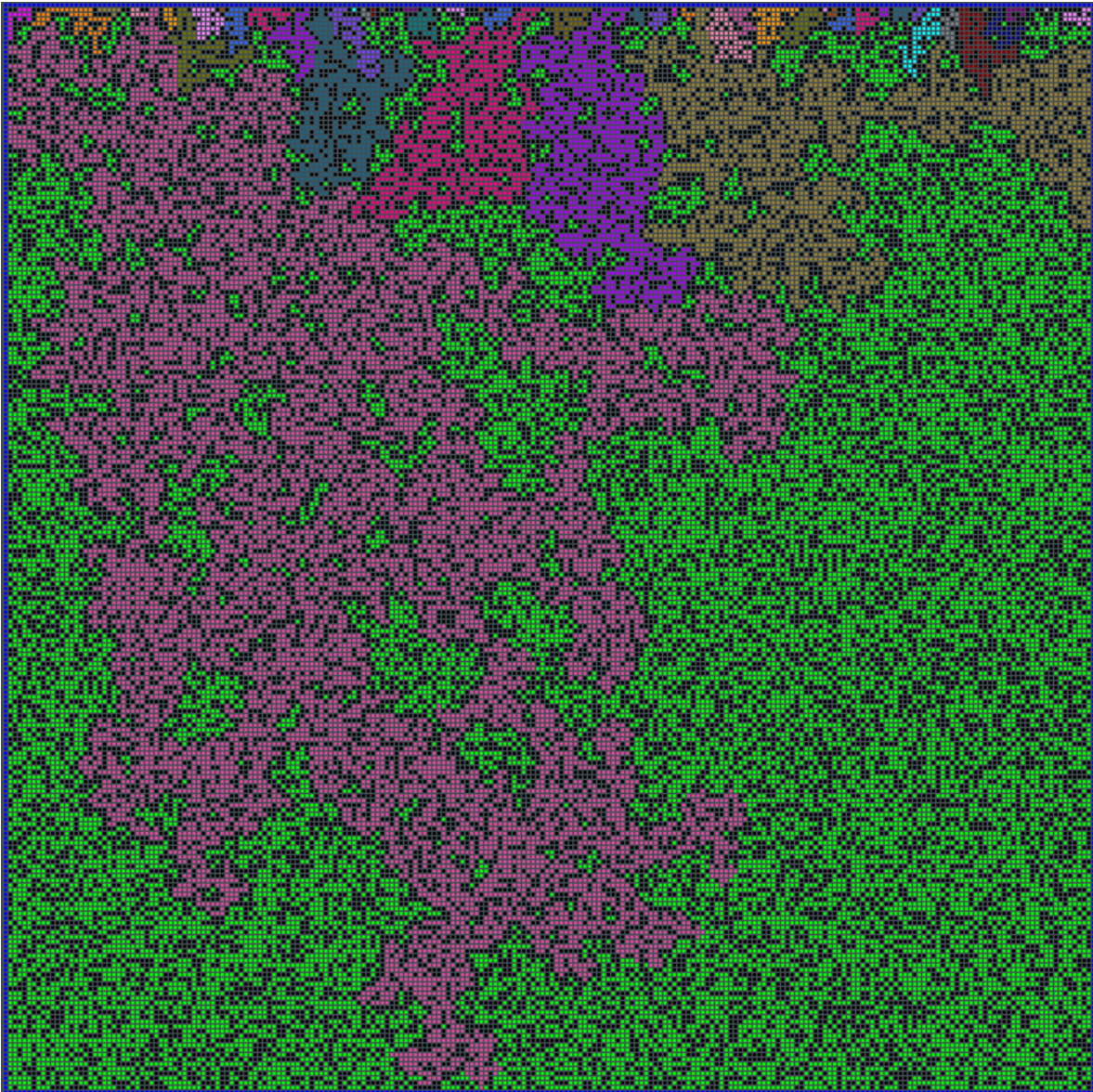


Figura 7. Percolación de sitios en una red cuadrada de 230x230 celdas, la probabilidad se fijó en  $P = P_c = 0.5928$  que es el valor estadísticamente obtenido para lograr percolación en casos como este. Es común ver en las simulaciones que al poco tiempo de iniciado el fuego, gran cantidad de racimos se frustran, es decir, ya no pueden contagiar fuego a otros árboles. Nótese también que una gran cantidad de árboles no participa en la propagación del fuego, estos árboles están aislados por celdas vacías. En caso aquí mostrado, la percolación ha sido lograda por el racimo más grande.

Con referencia a la figura 8, durante una simulación de percolación basada en el paradigma del incendio forestal, al inicio solo los árboles en la fila del extremo superior de la matriz están ardiendo, los sitios vacíos no pueden arder y, a medida que estos contagian el fuego a sus vecinos, se van formando racimos de árboles que están ardiendo con fuego que proviene de un mismo árbol incendiado. Sin embargo a medida que avanza la simulación muchos de estos

racimos ya no pueden contagiar el fuego a otros árboles, pues no están lo suficientemente cerca de ellos y, entonces el fuego los consume y el incendio se extingue en esos racimos. Pocos son los racimos que sobreviven durante la simulación y puede apreciarse entonces lo que aparenta ser una competencia por transportar el fuego al extremo opuesto de la matriz. Al final el racimo que logra la percolación es aquel que tiene árboles vecinos en la dirección que apunta hacia el extremo opuesto a aquel donde se inició el fuego. La simulación se detiene tan pronto el fuego alcanza el extremo opuesto de la matriz. Nótese que no sería raro que dos o más racimos logren percolar la matriz simultáneamente.

La figura 8 muestra uno de esos casos en la percolación no es lograda por el racimo más grande, que en el caso mostrado posee una población del 37.68 %, sino por un racimo menor, que posee una población del 20.32 %

## Percolación Inducida

En el caso de la percolación inducida, además de la probabilidad  $P$  de existencia de árboles en el bosque, existe una probabilidad adicional  $P_i$  de propagación del fuego en una dirección predefinida. Este investigador implementa esta probabilidad adicional colocando más árboles en la dirección predefinida de acuerdo al valor numérico de la probabilidad inducida  $P_i$ , por lo que la probabilidad de propagación del fuego es mayor en esta dirección. El efecto de esta probabilidad adicional puede ser apreciado en la figura 9, donde se muestran dos simulaciones de percolación de sitios en una red cuadrada, en este caso, como es bien sabido, la probabilidad crítica para lograr percolación es de  $P_c = 0.5928$ . En ambos casos mostrados en la figura 9 la probabilidad de existencia de árboles es  $P = 0.5$ , y como esta es  $P < P_c$ , casi siempre garantiza frustración de la percolación debido a la extinción de fuego. En efecto la figura 9(a) muestra la propagación (frustrada) del incendio forestal en una red de  $75 \times 75$  sitios, en la figura 9(b) se muestra el mismo bosque donde se ha implementado adicionalmente una probabilidad  $P_i = 0.25$  de existencia de árboles en la dirección vertical hacia abajo.



Figura 8

En la parte superior de esta figura se muestran los diferentes racimos que se forman en una simulación de percolación de sitios en una red cuadrada, en una matriz de  $75 \times 75$ . Los 21 racimos que se forman en el caso aquí mostrado se aprecian mucho mejor en la pantalla de la computadora donde la dinámica de la propagación del fuego se muestra en tiempo real, y donde además la imagen es mucho mayor y los colores se distinguen con mayor facilidad.

Como puede apreciarse, la extinción del fuego en la figura 9(b) ha sido evitada con la adición de la probabilidad inducida  $P_i$ . La probabilidad inducida que se ha incluido en la figura 9(b) podría representar no necesariamente la existencia de más árboles, sino por ejemplo, la existencia de viento en la dirección que favorece la propagación del fuego en el bosque o el efecto de la gravedad en un estudio de filtración en suelos.

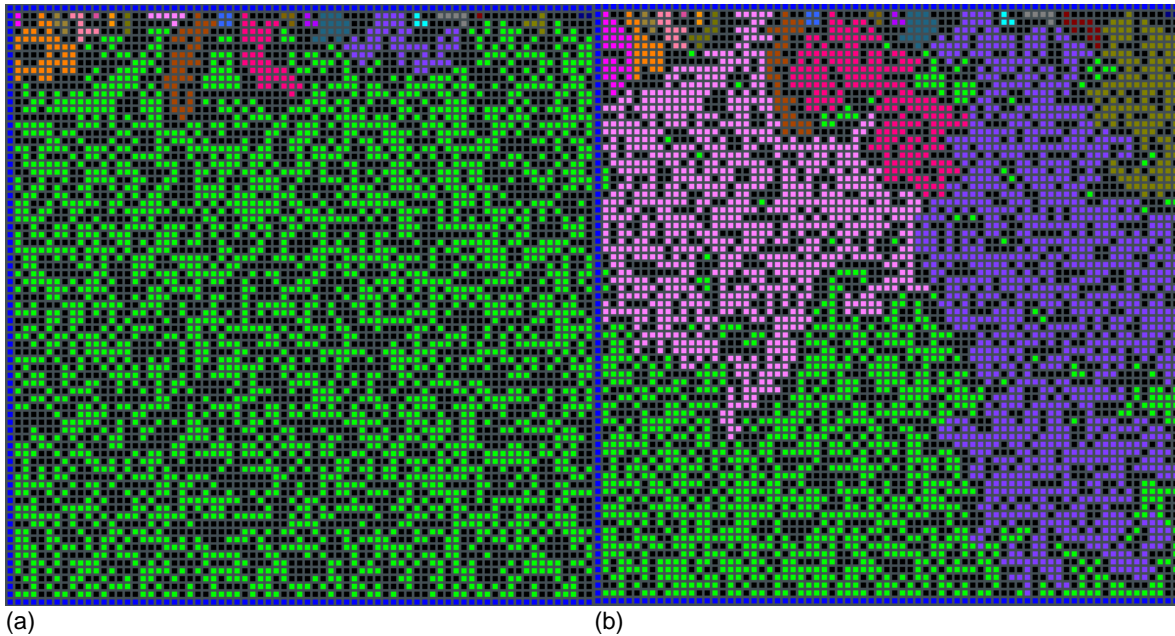


Figura 9. Percolación de sitios en una red cuadrada de  $75 \times 75$  sitios, en ambos casos (a) y (b) la probabilidad de existencia de árboles es  $P = 0.5$ . En (a) como era de esperarse, la percolación se frustra al poco tiempo de comenzar. En (b) se ha adicionado una probabilidad  $P_i = 0.25$  de propagación (inducida) del incendio forestal de arriba hacia abajo. La propagación adicional  $P_i$  podría representar por ejemplo, un viento que favorece la propagación del fuego en una determinada dirección.

## Conclusión

Este artículo ha reportado el desarrollo de un laboratorio virtual de simulación Monte Carlo de percolación de sitios en una red cuadrada, cuya dinámica se ha descrito haciendo uso del paradigma del incendio forestal. Se han expuesto detalles del algoritmo de simulación que comúnmente no se mencionan en artículos cuya finalidad es reportar resultados –generalmente cuantitativos– de una investigación. También se han comentado algunas generalidades observadas en la investigación de percolación llevada a cabo por el autor de este artículo. Por ejemplo se ha puesto en evidencia el hecho de que no siempre el racimo que logra la percolación es el más grande, como intuitivamente se esperaría. Se ha tratado también el hecho de que algunas veces y, no obstante ejecutar la simulación en el umbral de percolación, todos los racimos formados se frustran, invalidando esa simulación, lo cual significa que si en una investigación se planea hacer una estadística con un cierto número pre-establecido de resultados de simulación, en la práctica hay que ejecutar la simulación muchas más veces. Con respecto a la percolación inducida se describe como esta es implementada por este autor.

El lector interesado en los valores numéricos obtenidos en la investigación de percolación y de percolación inducida llevada a cabo por este autor con el software mencionado, puede revisar las referencias [4] y [5].

## Referencias

- [1] Stauffer D., (1987) Introduction to Percolation Theory, Taylor & Francis Edit.
- [2] Stanley, H.E. (1987), Fractals in Percolation and Polymer Sci., Int.to Theoretical Polymer Physics
- [3] Pietronero L., Tosatti E., (1985) Papers on percolation, Proceedings of the Sixth International Symposium on Fractals in Physics, ICTP, North Holland Edit.
- [4] Montenegro Joo, J. (2005) Searching for Regularities in Square Net Site Percolation, Rev. Inv. Física, Vol 8, No 2.
- [5] Montenegro Joo, J., (2007), Induced Site Percolation in a Square Network, Rev. Inv. Física, 10(1), pp 35-39
- [6] Newman M.E.J., Ziff R.M., (2005) A fast Monte Carlo algorithm for site or bond percolation, Santa Fe institute pre-print.
- [7] Stanley H.E. et al, (2005), Possible connection between the optimal Path and Flow in Percolation clusters, Center for Polymer Studies (Boston Univ.) Pre-print.
- [8] Peitgen H.O, Jurgens H., Saupe D., (1992), Fractals for the Classroom, Springer-Verlag
- [9] Feder J. , (1988) Fractals. Plenum Press Edit.
- [10] Vicsek T., (1992) Fractal Growth Phenomena, World Scientific Edit.

## El Autor

Javier Montenegro Joo estudió Física y (Ciencias de) Computación en la Universidad San Marcos (UNMSM, Lima, Perú), obtuvo un Master of Science de la Ohio University (Ohio, EE.UU.), donde también estudió Física y Ciencias de la Computación. JMJ realizó estudios de doctorado en Visión por Computadora en la Universidad de Sao Paulo (Sao Carlos, Brasil) especializándose en Reconocimiento Invariante de Patrones. Durante 20 años JMJ ha sido Associate Member en el ICTP (Trieste - Italia). Desde 1990 tiene a su cargo -en VirtualDynamicsSoft- el desarrollo de algoritmos de simulación para laboratorios virtuales usados en ciencias e ingeniería, actualmente el autor también realiza investigaciones en Dinámica Caótica y sistemas no lineales. En su tiempo libre el autor desarrolla imágenes de arte algorítmico.